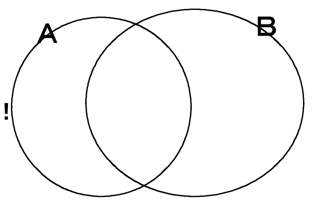
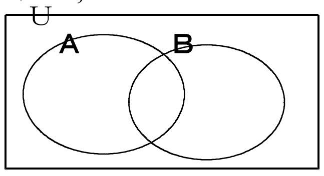
（復１）次の２つの集合の関係を ⊃ , ⊂ , ＝ を使って表せ。
Ａ＝{１，２，４，１０}，Ｂ＝{１，２，３，４，５，…，１０}

（復２）Ａ＝{１，２，５，６，９}
Ｂ＝{１，３，５，７，９} について



(1) 右図に要素を記入せよ。
ＡとＢの共通部分の要素を先に記入するとやりやすい！
(2) 次の集合を求めよ。
Ａ∩Ｂ＝
Ａ∪Ｂ＝

（復３）全体集合 Ｕ＝{１，２，３，４，５，６，７，８，９} の部分集合 Ａ，Ｂ が、Ａ＝{１，３，５，７}，Ｂ＝{２，３，５，８} のとき、
(1) Ｕ，Ａ，Ｂ の要素を右図に書き込め。
(2) ＡとＢの共通部分をＡ∩Ｂで表す。Ａ∩Ｂを求めよ。

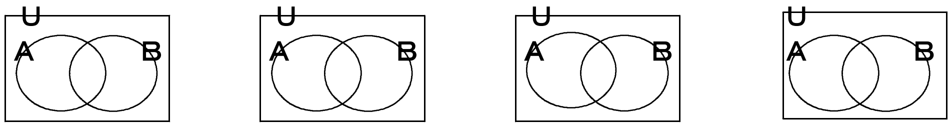


(3) ＡとＢの和集合をＡ∪Ｂで表す。Ａ∪Ｂを求めよ。

(4) $\overline{B}$ とは、Ｂ の補集合(Ｂ以外のすべての要素)を表す。$\overline{B}$ を求めよ。

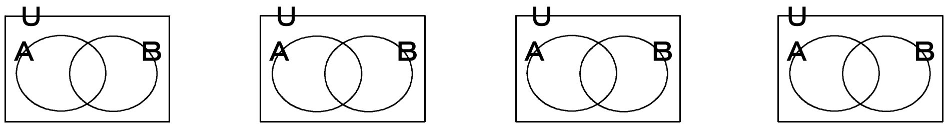
(5) 次の集合を求めよ。
(ｱ) $A\cap\overline{B}$
＝
(ｲ) $A\cup\overline{B}$
＝

（復４）次の集合に斜線をつけよ。
(1) $\overline{A}$　(2) $\overline{B}$　(3) $\overline{A\cup B}$　(4) $\overline{A\cap B}$



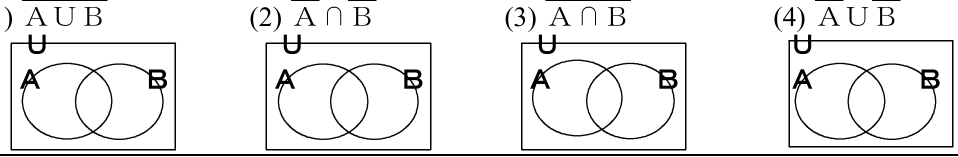
Ａの集合だけ見なさい。Ａ以外すべてに斜線をつけよ。
Ｂの集合だけ見なさい。Ｂ以外すべてに斜線をつけよ。
Ａ∪Ｂの集合をしっかり見なさい。Ａ∪Ｂ以外すべてに斜線をつけよ。
Ａ∩Ｂの集合をしっかり見なさい。Ａ∩Ｂ以外すべてに斜線をつけよ。

（復５）次の集合に斜線をつけよ。
(1) $\overline{A}\cap B$　(2) $\overline{A}\cup B$　(3) $A\cap\overline{B}$　(4) $A\cup\overline{B}$



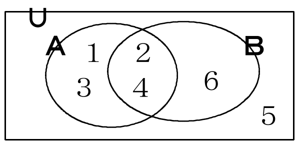
$\overline{A}$(円Ａの外側)の集合をしっかり見なさい。円Ａの外側のうち、円Ｂの中側に斜線をつけよ。
$\overline{A}$(円Ａの外側)に斜線をつけよ。次に円Ｂの中側にも斜線をつけよ。
Ａ(円Ａの中側)の集合をしっかり見なさい。円Ａの中側のうち、円Ｂの外側に斜線をつけよ。
Ａ(円Ａの中側)に斜線をつけよ。次に円Ｂの外側にも斜線をつけよ。

（復６）次の集合に斜線をつけよ。
(1) $\overline{A\cup B}$　(2) $\overline{A}\cap\overline{B}$　(3) $\overline{A\cap B}$　(4) $\overline{A}\cup\overline{B}$

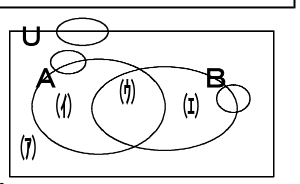


（解説１）記号 ∩ は、かつ と読んだり、and　と読む。ここでは、**and** と読むことにする。
また、記号Ｕは、または と読んだり、or と読む。ここでは、**or** と読むことにする。
≪公式≫　$\overline{A \text{ and } B}=\overline{A}\text{ or }\overline{B}$　これは、集合でいうと、$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$
ＡからＢまでの文字の上の長い線を２つにちょんぎると and は or にかわる！と覚えよう。
≪公式≫　$\overline{A \text{ or } B}=\overline{A}\text{ and }\overline{B}$　これは、集合でいうと、$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$
ＡからＢまでの文字の上の長い線を２つにちょんぎると or は and にかわる！と覚えよう。

（解説２）全体集合 Ｕ＝{１，２，３，４，５，６} に対して Ａ＝{１，２，３，４}，Ｂ＝{２，４，６} があるとする。このとき、集合 Ａ の要素の個数は ４個である。これを、**ｎ(Ａ)＝４** で表す。

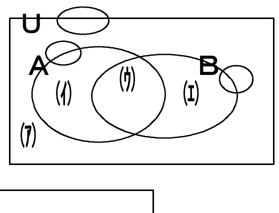


（復７）１から 100 までの整数を全体集合 Ｕ として、４ の倍数の集合を Ａ ,６ の倍数の集合を Ｂ とするとき、
(1) 次の手順で右図に要素の個数を書き込め。



(手順１) Ａの個数は、100÷４＝25 これをＡの円の線上に書き込む。
(手順２) Ｂの個数は、100÷６＝16…４，この16をＢの円の線上に書き込む。
(手順３) ４と６の最小公倍数は 12 である。Ａ∩Ｂ すなわち、12 の倍数の個数を (ｳ) の部分に書き込む。
(2) 次の部分の個数を求めよ。　(ｲ) の部分の個数＝
(ｴ) の部分の個数＝　(ｱ) の部分の個数＝
(3) ４ の倍数または ６ の倍数の個数：ｎ(Ａ∪Ｂ) を求めよ。
ｎ(Ａ∪Ｂ)＝

（復８） １ から 100 までの整数を全体集合 Ｕ として、３の倍数の集合を Ａ ,４ の倍数の集合を Ｂ とするとき、
(1) 次の手順で右図に要素の個数を書き込め。



≪考え方≫ Ａ，Ｂの個数をそれぞれＡ，Ｂの円の線上に書き込む。
Ａ∩Ｂ すなわち、12 の倍数の個数を (ｳ) の部分に書き込む。
(2) 次の部分の個数を求めよ。　(ｲ) の部分の個数＝
(ｴ) の部分の個数＝　(ｱ) の部分の個数＝
(3) ３ の倍数または ４ の倍数の個数：ｎ(Ａ∪Ｂ) を求めよ。
ｎ(Ａ∪Ｂ)＝

(4) ３ で割り切れるが、４ で割り切れない数は右上図の **(ｱ)～(ｴ)** のどの部分のことをいっているか。また、その個数を求めよ。

第２節－場合の数－

（準備１）３つの数字 １，２，３ をすべて用いて３桁の数字を作りたい。
それらすべてを次の２通りで書き出してみよ。

《その１：樹形図で書き出す。》
たとえば、百の位が １，十の位が ２，一の位が ３ のとき、右のように枝別れの線を引く。
同様に、百の位が １，十の位が ３，一の位が ２ のとき、すなわち、１－３－２ の場合、他に ２－１－３ の場合、２－３－１ の場合、３－１－２ の場合、３－２－１ の場合、同じように それぞれ右に線を引いて示せ。

百	十	一
１	２	３
	３	２
２	１	３
	３	１
３	１	２
	２	１

《その２：辞書式に書き出す。》
３桁の数字の中で、最も小さい３桁の数字は １２３ である。次に小さい数字は、１３２ である。
この要領で、小さい数字から順に書き出してみよ。

１２３，１３２，

問１．アルファベットの Ａ，Ｂ，Ｃ を、ＡＢＣ のように重複なしに １個ずつすべて並べるとき、その並べ方を (準備１)のように、２通りで表してみよ。
《その２：辞書式に書き出す。》
《その１：樹形図で書き出す。》
Ａ　Ｂ ― Ｃ
Ｂ
Ｃ

今後は、**《その２：辞書式に書き出す。》を中心に練習していく！**

問２．３つの数字 １，３，５ をすべて用いて３桁の数字を書き出してみよ。
《辞書式に書き出せ。⇒ ３桁の数が小さいものから順に書き出せ！》

問３．アルファベットの Ａ，Ｃ，Ｅ すべて用いた３文字をすべて書き出せ。
《辞書式に書き出せ。》

問４．○○× の３つの記号を並び替えてみよ。
《辞書式に書き出せ。⇒ ○ が左にあるように優先した順に書き出せ！》

問５．４つの数字 １，２，３，４ をすべて用いて４桁の数字を書き出してみよ。
《辞書式に書き出せ。⇒ ４桁の数が小さいものから順に書き出せ！》

問６．アルファベットの Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ すべて用いた４文字をすべて書き出せ。
《辞書式に書き出せ。》

問７．○○×× の４つの記号を並び替えてみよ。
《辞書式に書き出せ。⇒ ○ が左にあるように優先した順に書き出せ！》

問８．大中小の３個のさいころを投げるとき、次の場合について何通りあるか。
(1) 目の和が ６ になる場合
和が ６ になるのは、(ｱ) 1,1,4 か (ｲ) 1,2,3 か (ｳ) 2,2,2 の３パターンである。
(ｱ) １,１,４ を出方の場合を、**辞書式に**すべて書き出すと、
(大,中,小)＝(１,１,４)，(１,４,１)，(４,１,１)
(ｲ) １,２,３ を出方の場合を、**辞書式に**すべて書き出してみよ。
(大,中,小)＝

(ｳ) ２,２,２ を出方の場合は、(大,中,小)＝(２,２,２) の１通りだけである。
(ｱ)＋(ｲ)＋(ｳ)＝３＋□＋１＝□　(通り)

やみくもに書き出すのでなく、まず、(ｱ),(ｲ),(ｳ) のような代表を考えてから
それらの並び方をあとで考えると数えやすい！重要

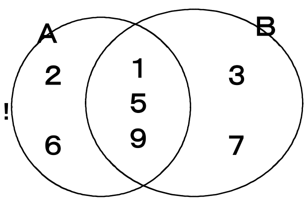
(2) 目の和が ７ になる場合を求めよ。
和が ７ になるのは、(ｱ) 1,1,5，(ｲ) 1,2,4，(ｳ)1,3,3，(ｴ)2,2,3 の４パターン

（復１）次の２つの集合の関係を ⊃ ，⊂ ，＝ を使って表せ。

Ａ＝{１，２，４，１０}，Ｂ＝{１，２，３，４，５，…，１０}

Ａ⊂Ｂ または Ｂ⊃Ａ（どちらの表し方でもよい。）

（復２）Ａ＝{１，２，５，６，９}
Ｂ＝{１，３，５，７，９} について



(1) 右図に要素を記入せよ。

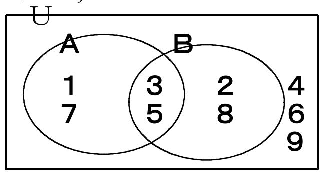
ＡとＢの共通部分の要素を先に記入するとやりやすい！

(2) 次の集合を求めよ。

Ａ∩Ｂ＝{１，５，９}

Ａ∪Ｂ＝{１，２，３，５，６，７，９}

（復３）全体集合 Ｕ＝{１，２，３，４，５，６，７，８，９} の部分集合 Ａ，Ｂ が、Ａ＝{１，３，５，７}，Ｂ＝{２，３，５，８} のとき、



(1) Ｕ，Ａ，Ｂ の要素を右図に書き込め。

(2) ＡとＢの共通部分をＡ∩Ｂで表す。Ａ∩Ｂを求めよ。

Ａ∩Ｂ＝{３，５}

(3) ＡとＢの和集合をＡ∪Ｂで表す。Ａ∪Ｂを求めよ。

Ａ∪Ｂ＝{１，２，３，５，７，８}

(4) $\overline{B}$ とは、Ｂ の補集合(Ｂ以外のすべての要素)を表す。$\overline{B}$ を求めよ。

$\overline{B}$＝{１，４，６，７，９}

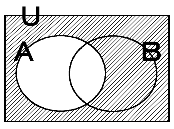
(5) 次の集合を求めよ。

(ｱ) $A\cap\overline{B}$
＝{１，７}

(ｲ) $A\cup B$
＝{１，３，４，５，６，７，９}

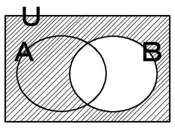
（復４）次の集合に斜線をつけよ。

(1) $\overline{A}$



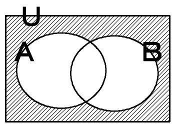
Ａの集合だけ見なさい。
Ａ以外すべてに斜線をつけよ。

(2) $\overline{B}$



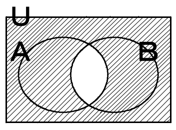
Ｂの集合だけ見なさい。
Ｂ以外すべてに斜線をつけよ。

(3) $\overline{A\cup B}$



Ａ∪Ｂの集合をしっかり見なさい。
Ａ∪Ｂ以外すべてに斜線をつけよ。

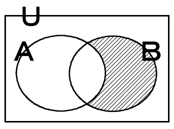
(4) $\overline{A\cap B}$



Ａ∩Ｂの集合をしっかり見なさい。
Ａ∩Ｂ以外すべてに斜線をつけよ。

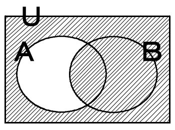
（復５）次の集合に斜線をつけよ。

(1) $\overline{A}\cap B$



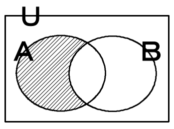
$\overline{A}$(円Ａの外側)の集合をしっかり見なさい。
円Ａの外側のうち、円Ｂの中側に斜線をつけよ。

(2) $\overline{A}\cup B$



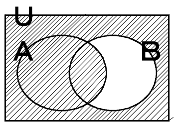
$\overline{A}$(円Ａの外側)に斜線をつけよ。
次に円Ｂの中側にも斜線をつけよ。

(3) $A\cap\overline{B}$



Ａ(円Ａの中側)の集合をしっかり見なさい。
円Ａの中側のうち、円Ｂの外側に斜線をつけよ。

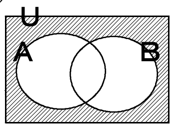
(4) $A\cup\overline{B}$



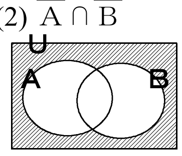
Ａ(円Ａの中側)に斜線をつけよ。
次に円Ｂの外側にも斜線をつけよ。

（復６）次の集合に斜線をつけよ。

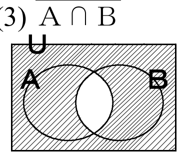
(1) $\overline{A\cup B}$



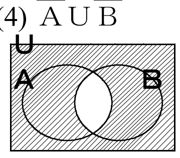
(2) $\overline{A}\cap\overline{B}$



(3) $\overline{A\cap B}$



(4) $\overline{A}\cup\overline{B}$

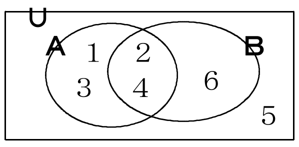


（解説１）記号 ∩ は、かつ と読んだり、and　と読む。ここでは、and と読むことにする。
また、記号 ∪ は、または と読んだり、or と読む。ここでは、or と読むことにする。

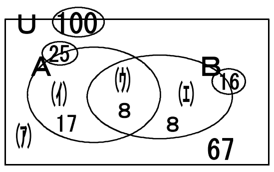
≪公式≫　$\overline{A\ \mathrm{and}\ B}$ ＝ $\overline{A}$ or $\overline{B}$　これは、集合でいうと、$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$
ＡからＢまでの文字の上の長い線を２つにちょんぎると and は or にかわる！と覚えよう。

≪公式≫　$\overline{A\ \mathrm{or}\ B}$ ＝ $\overline{A}$ and $\overline{B}$　これは、集合でいうと、$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$
ＡからＢまでの文字の上の長い線を２つにちょんぎると or は and にかわる！と覚えよう。

（解説２）全体集合 Ｕ＝{１，２，３，４，５，６} に対して Ａ＝{１，２，３，４}，Ｂ＝{２，４，６} があるとする。このとき、集合 Ａ の要素の個数は ４個である。これを、**ｎ(Ａ)＝４** で表す。



（復７）１から 100 までの整数を全体集合 Ｕ として、４ の倍数の集合を Ａ，６ の倍数の集合を Ｂ とするとき、



(1) 次の手順で右図に要素の個数を書き込め。

（手順１）Ａの個数は、100÷４＝25 これをＡの円の線上に書き込む。
（手順２）Ｂの個数は、100÷６＝16…４，この16をＢの円の線上に書き込む。
（手順３）４と６の最小公倍数は 12 である。Ａ∩Ｂ すなわち、12 の倍数の個数を (ｳ) の部分に書き込む。

(2) 次の部分の個数を求めよ。

(ｲ) の部分の個数＝ 25－8＝17

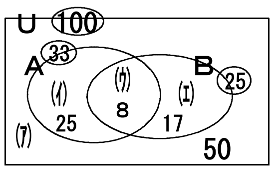
(ｴ) の部分の個数＝ 16－8＝8

(ｱ) の部分の個数＝ 100－17－8－8＝67

(3) ４ の倍数または ６ の倍数の個数：ｎ(Ａ∪Ｂ) を求めよ。

ｎ(Ａ∪Ｂ)＝**１７＋８＋８＝３３**　⟸ **《 公式 》 ｎ(Ａ∪Ｂ)＝ｎ(Ａ)＋ｎ(Ｂ)－ｎ(Ａ∩Ｂ)**

（復８）１から 100 までの整数を全体集合 Ｕ として、３ の倍数の集合を Ａ，４ の倍数の集合を Ｂ とするとき、



(1) 次の手順で右図に要素の個数を書き込め。

≪考え方≫ Ａ，Ｂの個数をそれぞれＡ，Ｂの円の線上に書き込む。
Ａ∩Ｂ すなわち、12 の倍数の個数を (ｳ) の部分に書き込む。

(2) 次の部分の個数を求めよ。

(ｲ) の部分の個数＝ 33－8＝２５

(ｴ) の部分の個数＝ 25－8＝１７

(ｱ) の部分の個数＝ 100－25－8－17＝５０

(3) ３ の倍数または ４ の倍数の個数：ｎ(Ａ∪Ｂ) を求めよ。

ｎ(Ａ∪Ｂ)＝**２５＋８＋１７＝５０**　⟸ **《 公式 》 ｎ(Ａ∪Ｂ)＝ｎ(Ａ)＋ｎ(Ｂ)－ｎ(Ａ∩Ｂ) を用いると、３３＋２５－８＝５０**

(4) ３ で割り切れるが、４ で割り切れない数は右上図の **(ｱ)～(ｴ)** のどの部分のことをいっているか。また、その個数を求めよ。

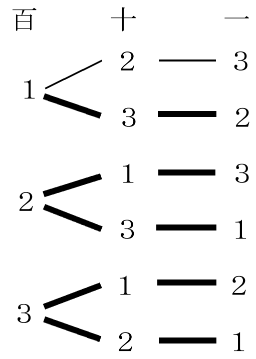
(ｲ) のことで、ｎ(Ａ∩$\overline{B}$)＝２５

第２節－場合の数－

（準備１）３つの数字 １，２，３ をすべて用いて３桁の数字を作りたい。
それらすべてを次の２通りで書き出してみよ。

《その１：樹形図で書き出す。》

たとえば、百の位が １，十の位が ２，一の位が ３ のとき、右のように枝別れの線を引く。
同様に、百の位が １，十の位が ３，一の位が ２ のとき、すなわち、１－３－２ の場合、他に ２－１－３ の場合、
２－３－１ の場合、３－１－２ の場合、
３－２－１ の場合、同じように
それぞれ右に線を引いて示せ。



《その２：辞書式に書き出す。》

３桁の数字の中で、最も小さい３桁の数字は １２３ である。次に小さい数字は、１３２ である。
この要領で、小さい数字から順に書き出してみよ。

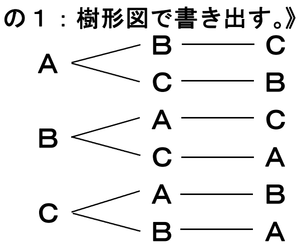
１２３，１３２，**２１３，２３１，３１２，３２１**

問１．アルファベットの Ａ，Ｂ，Ｃ を、ＡＢＣ のように重複なしに １個ずつすべて並べるとき、その並べ方を (準備１) のように、２通りで表してみよ。

《その２：辞書式に書き出す。》

ＡＢＣ，ＡＣＢ，ＢＡＣ
ＢＣＡ，ＣＡＢ，ＣＢＡ

《その１：樹形図で書き出す。》



今後は、**《その２：辞書式に書き出す。》を中心に練習していく！**

問２．３つの数字 １，３，５ をすべて用いて３桁の数字を書き出してみよ。
《辞書式に書き出せ。⇒ ３桁の数が小さいものから順に書き出せ！》

１３５，１５３，３１５，３５１，５１３，５３１

問３．アルファベットの Ａ，Ｃ，Ｅ すべて用いた３文字をすべて書き出せ。
《辞書式に書き出せ。》

ＡＣＥ，ＡＥＣ，ＣＡＥ，ＣＥＡ，ＥＡＣ，ＥＣＡ

問４．○○× の３つの記号を並び替えてみよ。
《辞書式に書き出せ。⇒ ○ が左にあるように優先した順に書き出せ！》

○○×，○×○，×○○

問５．４つの数字 １，２，３，４ をすべて用いて４桁の数字を書き出してみよ。
《辞書式に書き出せ。⇒ ４桁の数が小さいものから順に書き出せ！》

１２３４，１２４３，１３２４，１３４２，１４２３，１４３２
２１３４，２１４３，２３１４，２３４１，２４１３，２４３１
３１２４，３１４２，３２１４，３２４１，３４１２，３４２１
４１２３，４１３２，４２１３，４２３１，４３１２，４３２１

問６．アルファベットの Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ すべて用いた４文字をすべて書き出せ。
《辞書式に書き出せ。》

ＡＢＣＤ，ＡＢＤＣ，ＡＣＢＤ，ＡＣＤＢ，ＡＤＢＣ，ＡＤＣＢ
ＢＡＣＤ，ＢＡＤＣ，ＢＣＡＤ，ＢＣＤＡ，ＢＤＡＣ，ＢＤＣＡ
ＣＡＢＤ，ＣＡＤＢ，ＣＢＡＤ，ＣＢＤＡ，ＣＤＡＢ，ＣＤＢＡ
ＤＡＢＣ，ＤＡＣＢ，ＤＢＡＣ，ＤＢＣＡ，ＤＣＡＢ，ＤＣＢＡ

問７．○○×× の４つの記号を並び替えてみよ。
《辞書式に書き出せ。⇒ ○ が左にあるように優先した順に書き出せ！》

○○××，○×○×，○××○，×○○×，×○×○，××○○

問８．大中小の３個のさいころを投げるとき、次の場合について何通りあるか。

(1) 目の和が ６ になる場合

和が ６ になるのは、(ｱ) 1,1,4 か (ｲ) 1,2,3 か (ｳ) 2,2,2 の３パターンである。

(ｱ) １,１,４ を出方の場合を、**辞書式に**すべて書き出すと、
(大,中,小)＝(１,１,４)，(１,４,１)，(４,１,１)

(ｲ) １,２,３ を出方の場合を、**辞書式に**すべて書き出してみよ。
(大,中,小)＝(１，２，３)，(１，３，２)，(２，１，３)，(２，３，１)
(３，１，２)，(３，２，１)

(ｳ) ２,２,２ を出方の場合は、(大,中,小)＝(２,２,２) の１通りだけである。

(ｱ)＋(ｲ)＋(ｳ)＝３＋ $\boxed{６}$ ＋１＝ $\boxed{１０}$ (通り)

やみくもに書き出すのでなく、まず、(ｱ), (ｲ), (ｳ) のような代表を考えてから
それらの並び方をあとで考えると数えやすい！ $\boxed{\text{重要}}$

(2) 目の和が ７ になる場合を求めよ。

和が ７ になるのは、(ｱ) 1,1,5，(ｲ) 1,2,4，(ｳ)1,3,3，(ｴ)2,2,3 の４パターン

(ｱ) １，１，５ を出方の場合を、辞書式にすべて書き出すと、
(大,中,小)＝(１，１，５)，(１，５，１)，(５，１，１)

(ｲ) １，２，４ を出方の場合を、辞書式にすべて書き出すと、
(大,中,小)＝(１，２，４)，(１，４，２)，(２，１，４)，(２，４，１)
(４，１，２)，(４，２，１)

(ｳ) １，３，３ を出方の場合は、辞書式にすべて書き出すと、
(大,中,小)＝(１，３，３)，(３，１，３)，(３，３，１)

(ｴ) ２，２，３ を出方の場合は、辞書式にすべて書き出すと、
(大,中,小)＝(２，２，３)，(２，３，２)，(３，２，２)

(ｱ)＋(ｲ)＋(ｳ)＋(ｴ)＝３＋６＋３＋３＝１５ (通り)

第２節－場合の数－

（準備１）３つの数字 １，２，３ をすべて用いて３桁の数字を作りたい。
それらすべてを次の２通りで書き出してみよ。

《その１：樹形図で書き出す。》

たとえば、百の位が １，十の位が ２，一の位が ３ のとき、右のように枝別れの線を引く。
同様に、百の位が １，十の位が ３，一の位が ２ のとき、すなわち、１－３－２ の場合、他に ２－１－３ の場合、２－３－１ の場合、３－１－２ の場合、３－２－１ の場合、同じように
それぞれ右に線を引いて示せ。

百	十	一
1	2	3
	3	2
2	1	3
	3	1
3	1	2
	2	1

《その２：辞書式に書き出す。》

３桁の数字の中で、最も小さい３桁の数字は
１２３ である。次に小さい数字は、１３２ である。
この要領で、小さい数字から順に書き出してみよ。

１２３，１３２，

問１．アルファベットの Ａ，Ｂ，Ｃ を、ＡＢＣ のように重複なしに １ 個ずつすべて並べるとき、その並べ方を (準備１)のように、２通りで表してみよ。

《その２：辞書式に書き出す。》　　**《その１：樹形図で書き出す。》**

今後は、**《その２：辞書式に書き出す。》を中心に練習していく！**

（復１）３つの数字 １，３，５ をすべて用いて３桁の数字を書き出してみよ。
《辞書式に書き出せ。⇒ ３桁の数が小さいものから順に書き出せ！》

（復２）アルファベットの Ａ，Ｃ，Ｅ すべて用いた３文字をすべて書き出せ。
《辞書式に書き出せ。》

（復３）○○× の３つの記号を並び替えてみよ。
《辞書式に書き出せ。⇒ ○ が左にあるように優先した順に書き出せ！》

（復４）４つの数字 １，２，３，４ をすべて用いて４桁の数字を書き出してみよ。
《辞書式に書き出せ。⇒ ４桁の数が小さいものから順に書き出せ！》

（復５）アルファベットの Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ すべて用いた４文字をすべて書き出せ。
《辞書式に書き出せ。》

（復６）○○×× の４つの記号を並び替えてみよ。
《辞書式に書き出せ。⇒ ○ が左にあるように優先した順に書き出せ！》

問２．大中小の３個のさいころを投げるとき、次の場合について何通りあるか。
(1) 目の和が ６ になる場合
和が ６ になるのは、(ｱ) 1,1,4 か (ｲ) 1,2,3 か (ｳ) 2,2,2 の３パターンである。
(ｱ) 1,1,4 を出方の場合を、**辞書式に**すべて書き出すと、
(大,中,小)＝(１,１,４)，(１,４,１)，(４,１,１)
(ｲ) 1,2,3 を出方の場合を、**辞書式に**すべて書き出してみよ。
(大,中,小)＝

(ｳ) 2,2,2 を出方の場合は、(大,中,小)＝(２,２,２)の１通りだけである。
(ｱ)＋(ｲ)＋(ｳ)＝３＋□＋１＝□ (通り)

やみくもに書き出すのでなく、まず、(ｱ),(ｲ),(ｳ) のような代表を考えてから
それらの並び方をあとで考えると数えやすい！重要

(2) 目の和が ７ になる場合を求めよ。
和が ７ になるのは、(ｱ) 1,1,5，(ｲ) 1,2,4，(ｳ)1,3,3，(ｴ)2,2,3 の４パターン

問３．ある競技の予選は ５ 試合のうち ３ 勝すれば通過できる。ただし、引き分けはなく、３ 勝したらそれ以降の試合はない。この競技の予選を通過するための勝敗の順は何通りあるか。次の手順で求めよ。
勝ちを ○，負けを × で表す。
(ｱ) ３勝０敗の場合は、　○○○ の １通り …①
(ｲ) ３勝１敗の場合を書き出せ。**注：４試合目は必ず○である！**

(ｳ) ３勝２敗の場合を書き出せ。
注：５試合目は必ず○である！したがって、第１試合～第４試合が○２つ，×２つ（復６）

(ｱ)＋(ｲ)＋(ｳ) より、求める場合の数は、□通り

問４．赤玉 ２ 個と青玉 ２ 個の入った箱の中から １個ずつ順に玉を取り出す。全部の玉を取り出すとき、出た順番の違いを考えると玉の色の出方は何通りあるか。　**赤玉を ○，青玉を × で表して書き出してみよ。**

問５．１個のさいころを ２ 回投げるとき、目の和が ５ の倍数になる場合は何通りあるか。 **和が (ｱ) ５ のとき、(ｲ) １０ のとき、に分けて、書き出してみよ。**

積の法則

『何通りあるか』を書き出さずに求めてみよう。

問６．大小２個のさいころを投げるとき、
(1) 出た目を $\overset{大}{□}\ \overset{小}{□}$ に書き込むとすると、$\overset{大}{□}$ が□通り，$\overset{小}{□}$ も□通りなので
□×□＝□通りの目の出方がある。
(2) 大きいさいころの目が ３ 以上，小さいさいころの目が偶数である目の出方は
３ 以上とは、３，４，５，６　偶数は ２，４，６ の目が該当しているから
出た目を $\overset{大}{□}\ \overset{小}{□}$ に書き込むとすると、$\overset{大}{□}$ が□通り，$\overset{小}{□}$ は□通りなので
□×□＝□通りの目の出方がある。

問７．大中小３個のさいころを投げるとき、
(1) 目の出方は何通りあるか。
$\overset{大}{□}\ \overset{中}{□}\ \overset{小}{□}$ に書き込むとすると、$\overset{大}{□}$ が□通り，$\overset{中}{□}$ が□通り，$\overset{小}{□}$ が□通り
よって、□
(2) すべての目が奇数である出方は何通りあるか。
$\overset{大}{□}\ \overset{中}{□}\ \overset{小}{□}$ に書き込むとすると、$\overset{大}{□}$ が□通り，$\overset{中}{□}$ が□通り，$\overset{小}{□}$ が□通り
よって、□

（準備２）(ａ＋ｂ)(ｘ＋ｙ＋ｚ) を展開すると、ａｘ＋ａｙ＋ａｚ＋ｂｘ＋ｂｙ＋ｂｚ
の計６個の項がある。これは、$\overset{前半}{□}\ \overset{後半}{□}$ に書き込むとすると、
$\overset{前半}{□}$ には、ａ，ｂ の□通り，$\overset{後半}{□}$ には、ｘ，ｙ，ｚ の□通りの書き方
があるので、２×３＝６ 個の項があると考えればよい。
（準備３）(ａ＋ｂ＋ｃ)(ｘ＋ｙ＋ｚ＋ｕ) を展開すると、何個の項ができるか。

問８．(ａ＋ｂ)(ｃ＋ｄ)(ｘ＋ｙ＋ｚ) を展開すると、項は何個できるか。

（解説１）$16=2^4$ の正の約数は、2^0，2^1，2^2，2^3，2^4 の５個である。
ここで、$2^0=1$ と理解しておこう ($2^0=3^0=4^0=\cdots=1$ は数学Ⅱで学習)
$16=2^4$ の 正 の約数は、$2^{□}$の形をしており、
この□には、0,1,2,3,4 の ５個の記入方法があるから
５個の約数があると考えればよい！

問９．２４３ について
(1) ２４３ を素因数分解すると、$243=3^{□}$ となる。
(2) ２４３ の 正 の約数は全部で何個あるか。

問10．$72=2^3\cdot3^2$ である。
７２ の 正 の約数は、$2^{□}\cdot3^{△}$ の形をしている。
この □ には、0,1,2,3 の□通り，△ には、0,1,2 の□通り
の記入方法があるので、正 の約数は全部で、□個ある。

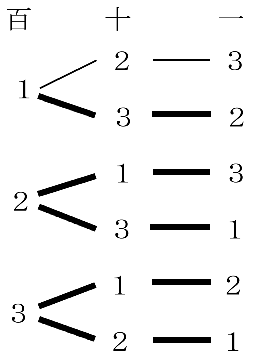
問11．４００ について
(1) ４００ を素因数分解すると、４００＝
(2) ４００ の 正 の約数は全部で何個あるか。

第２節－場合の数－

（準備１）３つの数字 １，２，３ をすべて用いて３桁の数字を作りたい。
　それらすべてを次の２通りで書き出してみよ。

《その１：樹形図で書き出す。》

たとえば、百の位が １，十の位が ２，一の位が ３ のとき、右のように枝別れの線を引く。
同様に、百の位が １，十の位が ３，一の位が ２ のとき、すなわち、１－３－２ の場合、他に ２－１－３ の場合、
２－３－１ の場合、３－１－２ の場合、
３－２－１ の場合、同じように
それぞれ右に線を引いて示せ。



《その２：辞書式に書き出す。》

３桁の数字の中で、最も小さい３桁の数字は
１２３ である。次に小さい数字は、１３２ である。
この要領で、小さい数字から順に書き出してみよ。

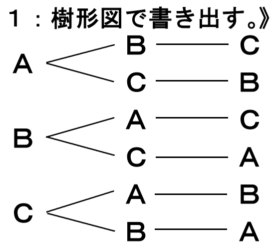
１２３，１３２，**２１３，２３１，３１２，３２１**

問１．アルファベットの A，B，C を、ABC のように重複なしに １ 個ずつすべて並べるとき、その並べ方を (準備１) のように、２通りで表してみよ。

《その２：辞書式に書き出す。》

ABC，ACB，BAC
BCA，CAB，CBA

《その１：樹形図で書き出す。》



今後は、**《その２：辞書式に書き出す。》を中心に練習していく！**

（復１）３つの数字 １，３，５ をすべて用いて３桁の数字を書き出してみよ。
《辞書式に書き出せ。⇒ ３桁の数が小さいものから順に書き出せ！》

１３５，１５３，３１５，３５１，５１３，５３１

（復２）アルファベットの A，C，E すべて用いた３文字をすべて書き出せ。
《辞書式に書き出せ。》

ACE，AEC，CAE，CEA，EAC，ECA

（復３）○○× の３つの記号を並び替えてみよ。
《辞書式に書き出せ。⇒ ○ が左にあるように優先した順に書き出せ！》

○○×，○×○，×○○

（復４）４つの数字 １，２，３，４ をすべて用いて４桁の数字を書き出してみよ。
《辞書式に書き出せ。⇒ ４桁の数が小さいものから順に書き出せ！》

１２３４，１２４３，１３２４，１３４２，１４２３，１４３２
２１３４，２１４３，２３１４，２３４１，２４１３，２４３１
３１２４，３１４２，３２１４，３２４１，３４１２，３４２１
４１２３，４１３２，４２１３，４２３１，４３１２，４３２１

（復５）アルファベットの A，B，C，D すべて用いた４文字をすべて書き出せ。
《辞書式に書き出せ。》

ABCD，ABDC，ACBD，ACDB，ADBC，ADCB
BACD，BADC，BCAD，BCDA，BDAC，BDCA
CABD，CADB，CBAD，CBDA，CDAB，CDBA
DABC，DACB．DBAC，DBCA，DCAB，DCBA

（復６）○○×× の４つの記号を並び替えてみよ。
《辞書式に書き出せ。⇒ ○ が左にあるように優先した順に書き出せ！》

○○××，○×○×，○××○，×○○×，×○×○，××○○

問２．大中小の３個のさいころを投げるとき、次の場合について何通りあるか。

(1) 目の和が ６ になる場合
和が ６ になるのは、(ｱ) 1,1,4 か (ｲ) 1,2,3 か (ｳ) 2,2,2 の３パターンである。

(ｱ) 1,1,4 を出方の場合を、**辞書式に**すべて書き出すと、
(大,中,小)＝(1,1,4)，(1,4,1)，(4,1,1)

(ｲ) 1,2,3 を出方の場合を、**辞書式に**すべて書き出してみよ。
(大,中,小)＝**(１，２，３)，(１，３，２)，(２，１，３)，(２，３，１)**
(３，１，２)，(３，２，１)

(ｳ) 2,2,2 を出方の場合は、(大,中,小)＝(2,2,2) の１通りだけである。

(ｱ)＋(ｲ)＋(ｳ)＝３＋$\boxed{６}$＋１＝$\boxed{１０}$（通り）

やみくもに書き出すのでなく、まず、(ｱ)，(ｲ)，(ｳ) のような代表を考えてから
それらの並び方をあとで考えると数えやすい！重要

(2) 目の和が ７ になる場合を求めよ。
和が ７ になるのは、(ｱ) 1,1,5，(ｲ) 1,2,4，(ｳ) 1,3,3，(ｴ) 2,2,3 の４パターン

(ｱ) １，１，５ を出方の場合を、辞書式にすべて書き出すと、
(大，中，小)＝(１，１，５)，(１，５，１)，(５，１，１)

(ｲ) １，２，４ を出方の場合を、辞書式にすべて書き出すと、
(大，中，小)＝(１，２，４)，(１，４，２)，(２，１，４)，(２，４，１)
(４，１，２)，(４，２，１)

(ｳ) １，３，３ を出方の場合は、辞書式にすべて書き出すと、
(大，中，小)＝(１，３，３)，(３，１，３)，(３，３，１)

(ｴ) ２，２，３ を出方の場合は、辞書式にすべて書き出すと、
(大，中，小)＝(２，２，３)，(２，３，２)，(３，２，２)

(ｱ)＋(ｲ)＋(ｳ)＋(ｴ)＝３＋６＋３＋３＝１５（通り）

問３．ある競技の予選は ５ 試合のうち ３ 勝すれば通過できる。ただし、引き分けはなく、３ 勝したらそれ以降の試合はない。この競技の予選を通過するための勝敗の順は何通りあるか。次の手順で求めよ。
勝ちを ○，負けを × で表す。

(ｱ) ３勝０敗の場合は、　○○○ の １通り …①

(ｲ) ３勝１敗の場合を書き出せ。**注：４試合目は必ず○である！**
○○×○，○×○○，×○○○ の ３通り …②

(ｳ) ３勝２敗の場合を書き出せ。
注：５試合目は必ず○である！したがって、第１試合～第４試合が○２つ，×２つ（復６）
○○××○，○×○×○，○××○○，
×○○×○，×○×○○，××○○○ の ６通り …③

(ｱ)＋(ｲ)＋(ｳ) より、求める場合の数は、$\boxed{１０}$通り

問４．赤玉 ２ 個と青玉 ２ 個の入った箱の中から １個ずつ順に玉を取り出す。全部の玉を取り出すとき、出た順番の違いを考えると玉の色の出方は何通りあるか。　**赤玉を ○，青玉を × で表して書き出してみよ。**

○○××，○×○×，○××○，×○○×，×○×○，××○○
６通り

問５．１個のさいころを ２ 回投げるとき、目の和が ５ の倍数になる場合は何通りあるか。**和が (ｱ) ５ のとき、(ｲ) １０ のとき、に分けて、書き出してみよ。**

和が (ｱ) ５ のとき、　(１，４)，(２，３)，(３，２)，(４，１)…①
(ｲ) １０ のとき、　(４，６)，(５，５)，(６，４)　…②
①＋② より、７通り

積の法則

『何通りあるか』を書き出さずに求めてみよう。

問６．大小２個のさいころを投げるとき、

(1) 出た目を $\overset{大}{□}\ \overset{小}{□}$ に書き込むとすると、$\overset{大}{□}$ が$\boxed{６}$通り，$\overset{小}{□}$ も$\boxed{６}$通りなので
$\boxed{６}\times\boxed{６}=\boxed{３６}$通りの目の出方がある。

(2) 大きいさいころの目が ３ 以上，小さいさいころの目が偶数である目の出方は
３ 以上とは、３，４，５，６　偶数は ２，４，６ の目が該当しているから
出た目を $\overset{大}{□}\ \overset{小}{□}$ に書き込むとすると、$\overset{大}{□}$ が$\boxed{４}$通り，$\overset{小}{□}$ は$\boxed{３}$通りなので
$\boxed{４}\times\boxed{３}=\boxed{１２}$通りの目の出方がある。

問７．大中小３個のさいころを投げるとき、

(1) 目の出方は何通りあるか。
$\overset{大}{□}\ \overset{中}{□}\ \overset{小}{□}$ に書き込むとすると、$\overset{大}{□}$ が$\boxed{６}$通り，$\overset{中}{□}$ が$\boxed{６}$通り，$\overset{小}{□}$ が$\boxed{６}$通り
よって、$\boxed{\textbf{６×６×６＝２１６（通り）}}$

(2) すべての目が奇数である出方は何通りあるか。
$\overset{大}{□}\ \overset{中}{□}\ \overset{小}{□}$ に書き込むとすると、$\overset{大}{□}$ が$\boxed{３}$通り，$\overset{中}{□}$ が$\boxed{３}$通り，$\overset{小}{□}$ が$\boxed{３}$通り
よって、$\boxed{\textbf{３×３×３＝２７（通り）}}$

（準備２）(a＋b)(x＋y＋z) を展開すると、ax＋ay＋az＋bx＋by＋bz
の計６個の項がある。これは、$\overset{前半}{□}\ \overset{後半}{□}$ に書き込むとすると、
$\overset{前半}{□}$ には、a，b の$\boxed{２}$通り，$\overset{後半}{□}$ には、x，y，z の$\boxed{３}$通りの書き方
があるので、　２×３＝６ 個の項があると考えればよい。

（準備３）(a＋b＋c)(x＋y＋z＋u) を展開すると、何個の項ができるか。

３×４＝１２ 個の項

問８．(a＋b)(c＋d)(x＋y＋z) を展開すると、項は何個できるか。

２×２×３＝１２ 個の項

> （解説１）$16=2^4$ の正の約数は、2^0，2^1，2^2，2^3，2^4 の５個である。
> ここで、$2^0=1$ と理解しておこう（$2^0=3^0=4^0=\cdots=1$ は数学Ⅱで学習）
> **$16=2^4$ の 正 の約数は、$2^{□}$ の形をしており、**
> **この□には、0,1,2,3,4 の ５個の記入方法があるから**
> **５個の約数があると考えればよい！**

問９．２４３ について

(1) ２４３ を素因数分解すると、$243=3^{\boxed{5}}$ となる。

(2) ２４３ の 正 の約数は全部で何個あるか。
正の約数は $3^{□}$ の形をしており、この □ には 0,1,2,3,4,5 の６通り
の記入方法があるから、６個 の約数がある。

問10．$72=2^3\cdot3^2$ である。
７２ の 正 の約数は、$2^{□}\cdot3^{\triangle}$ の形をしている。
この □ には、0,1,2,3 の$\boxed{４}$通り，△には、0,1,2 の$\boxed{３}$通り
の記入方法があるので、正 の約数は全部で、$\boxed{\textbf{４×３＝１２}}$個ある。

問11．４００ について

(1) ４００ を素因数分解すると、$400=2^4\cdot5^2$

(2) ４００ の 正 の約数は全部で何個あるか。
４００ の 正の約数は、$2^{□}\cdot5^{\triangle}$ の形をしている。
この □ には、0,1,2,3,4 の ５ 通り，△ には、0,1,2 の ３ 通り
の記入方法があるので、正の約数は全部で、５×３＝１５（個）

（復１）３つの数字 １，２，３ をすべて用いて３桁の数字を書き出してみよ。
《辞書式に書き出せ。⇒ ３桁の数が小さいものから順に書き出せ！》

（復２）○○×× の４つの記号を並び替えてみよ。
《辞書式に書き出せ。⇒ ○ が左にあるように優先した順に書き出せ！》

（復３）大中小の３個のさいころを投げて、目の和が 7 になる場合は
(ｱ) 1,1,5 ，(ｲ) 1,2,4 ，(ｳ)1,3,3，(ｴ)2,2,3 の４パターン

(ｱ) １,１,５ を出方の場合を、辞書式にすべて書き出すと、

(ｲ) １,２,４ を出方の場合を、辞書式にすべて書き出すと、

(ｳ) １,３,３ を出方の場合は、辞書式にすべて書き出すと、

(ｴ) ２,２,３ を出方の場合は、辞書式にすべて書き出すと、

(ｱ)＋(ｲ)＋(ｳ)＋(ｴ)＝

やみくもに書き出すのでなく、まず、(ｱ), (ｲ), (ｳ) のような代表を考えてから それらの並び方をあとで考えると数えやすい！重要

積の法則

『何通りあるか』を書き出さずに求めてみよう。

（復４）大小２個のさいころを投げるとき、

(1) 出た目を □(大) □(小) に書き込むとすると、□(大) が□通り，□(小) も□通りなので
□×□＝□ 通りの目の出方がある。

(2) 大きいさいころの目が ３ 以上，小さいさいころの目が偶数である目の出方は
３ 以上とは、３，４，５，６　偶数は ２，４，６ の目が該当しているから
出た目を □(大) □(小) に書き込むとすると、□(大) が□通り，□(小) は□通りなので
□×□＝□ 通りの目の出方がある。

（復５）大中小３個のさいころを投げるとき、

(1) 目の出方は何通りあるか。
□(大) □(中) □(小) に書き込むとすると、□(大) が□通り，□(中) が□通り，□(小) が□通り
よって、□

(2) すべての目が奇数である出方は何通りあるか。
□(大) □(中) □(小) に書き込むとすると、□(大) が□通り，□(中) が□通り，□(小) が□通り
よって、□

（準備１）(ａ＋ｂ)(ｘ＋ｙ＋ｚ) を展開すると、ａｘ＋ａｙ＋ａｚ＋ｂｘ＋ｂｙ＋ｂｚ
の計６個の項がある。これは、□(前半) □(後半) に書き込むとすると、
□(前半) には、ａ，ｂ の□通り、□(後半) には、ｘ，ｙ，ｚ の□通りの書き方
があるので、 2×3＝6 個の項があると考えればよい。

（準備２）(ａ＋ｂ＋ｃ)(ｘ＋ｙ＋ｚ＋ｕ) を展開すると、何個の項ができるか。

（復６）(ａ＋ｂ)(ｃ＋ｄ)(ｘ＋ｙ＋ｚ) を展開すると、項は何個できるか。

（解説１）１６＝2^4 の正の約数は、2^0，2^1，2^2，2^3，2^4 の５個である。
ここで、$2^0=1$ と理解しておこう（$2^0=3^0=4^0=\cdots=1$ は数学Ⅱで学習）
**１６＝2^4 の 正 の約数は、$2^{\square}$ の形をしており、
この□には、0,1,2,3,4 の ５個の記入方法があるから
５個の約数があると考えればよい！**

（復７）２４３について

(1) ２４３ を素因数分解すると、２４３＝$3^{\square}$ となる。

(2) ２４３ の 正 の約数は全部で何個あるか。

（復８）７２＝$2^3\cdot3^2$ である。
７２ の 正 の約数は、$2^{\square}\cdot3^{\triangle}$ の形をしている。
この □ には、0,1,2,3 の□ 通り， △ には、0,1,2 の□ 通り
の記入方法があるので、正 の約数は全部で、□ 個ある。

（復９）２００について

(1) ２００ を素因数分解すると、２００＝

(2) ２００ の 正 の約数は全部で何個あるか。

問１．１４４ の正の約数の個数を求めよ。

順列

（準備３）５個の数字 １，２，３，４，５ のうちから異なる ３個を並べて、
３桁の数が何通りできるかを考えてみる。

３桁の数を □□□ として、百の位 ⇒ 十の位 ⇒ 一の位 の順に数字を書き込むこととする。

(1) □(百) □(十) □(一) のまず、□(百) に書き込むのが １,２,３,４,５ のどれかの□通り

(2) 次に □(十) に書き込むのが、(1) で用いた数字を除く□通り

(3) 最後に □(一) に書き込むのが、(1)(2)で用いた数字を除く□通り

(1)(2)(3) より □

（準備４）７人 A,B,C,D,E,F,G のうちから異なる ３人を選んで 一列に並べる。
何通りの並べ方があるかを考えてみる。

選んだ３人を □□□ として、１番目 ⇒ ２番目 ⇒ ３番目 の順に記号を書き込むこととする。

(1) □(1番目) □(2番目) □(3番目) のまず、□(1番目) に書き込むのが Ａ～Ｇ,７人 のどれかの□通り

(2) 次に □(2番目) に書き込むのが、(1) で書いた １人を除く□通り

(3) 最後に □(3番目) に書き込むのが、(1)(2)で書いた２人を除く□通り

(1)(2)(3) より □

問２．次のものの総数を求めよ。

(1) １０ 人の生徒から ３ 人を選んで１列に並べるときの並べ方

(2) １～６ までの数字から異なる ４ 個を選んで作る ４ 桁の数

（準備５）(1) ３つの文字 Ａ，Ｂ，Ｃ をすべて並べたものを書き出してみよ。
《辞書式に書き出せ！》

(2) (1) の並べ方は、全部で ６通りである。これは、次のように考えるとよい。

(ｱ) □(1番目) □(2番目) □(3番目) のまず、□(1番目) に書き込むのが Ａ～Ｃ,３個 のどれかの□通り

(ｲ) 次に □(2番目) に書き込むのが、(ｱ) で書いた １ 個を除く□通り

(ｳ) 最後に □(3番目) に書き込むのが、(ｱ)(ｲ)で書いた ２ 個を除く□通り

(ｱ)(ｲ)(ｳ) より、３×２×１＝６ (通り)

問３．４人の生徒全員を１列に並べるとき、並べ方の総数を求めよ。

問４．次の並べ方の総数を求めよ。

(1) Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ の５文字すべてを１列に並べる。

(2) １～７ までの自然数すべてを１列に並べる。

正の約数についての演習問題

問５．１０８＝$2^2\cdot3^3$ である。

(1) １０８ の 正 の約数は、$2^{\square}\cdot3^{\triangle}$ の形をしている。
この □ には、0,1,2 の□ 通り， △ には、0,1,2,3 の□ 通り
正 の約数は全部で、□ 個ある。

(2) １０８ の 正 の約数のうち、偶数であるものの総数を求めたい。
１０８ の偶数の約数は、$2^{\square}\cdot3^{\triangle}$ の形をして、□ は １ か ２ である。
この □ には、1,2 の□ 通り， △ には、0,1,2,3 の□ 通り
偶数の約数は全部で、□ 個ある。

(3) １０８ の 正の約数のうち、奇数であるものの総数を求めたい。
１０８ の 奇数の約数は、$2^{\square}\cdot3^{\triangle}$ の形をして、□ は ０ である。
この □ には、０ の□ 通り， △ には、0,1,2,3 の□ 通り
偶数の約数は全部で、□ 個ある。

(4) $(2^0+2^1+2^2)(3^0+3^1+3^2+3^3)$ を展開すると、
$2^03^0+2^03^1+2^03^2+2^03^3+2^13^0+2^13^1+2^13^2+\cdots+2^23^3$
これらの項の総数は、□…① である。
これら各項は、すべて １０８ の 正の約数であるので、①の値 ＝(1) の値 である。
$(2^0+2^1+2^2)(3^0+3^1+3^2+3^3)=(1+2+4)(1+3+9+27)=280$
であるから、１０８ の正の約数すべての総和は、□ である。

問６．(1) ８００ の 正 の約数の個数を求めよ。

(2) ８００ の 正 の約数全体の和を求めよ。

問７．１２００＝$2^4\cdot3\cdot5^2$ である。

(1) 正 の約数は何個あるか。

(2) １２００ の 正 の約数の全部の和を求めよ。

（復１）３つの数字 １，２，３ をすべて用いて３桁の数字を書き出してみよ。
《辞書式に書き出せ。⇒ ３桁の数が小さいものから順に書き出せ！》

１２３，１３２，２１３，２３１，３１２，３２１

（復２）○○××の４つの記号を並び替えてみよ。
《辞書式に書き出せ。⇒ ○が左にあるように優先した順に書き出せ！》

○○××，○×○×，○××○，×○○×，×○×○，××○○

（復３）大中小の３個のさいころを投げて、目の和が ７ になる場合は
(ｱ) 1,1,5，(ｲ) 1,2,4，(ｳ)1,3,3，(ｴ)2,2,3 の４パターン

(ｱ) １,１,５ を出方の場合を、辞書式にすべて書き出すと、
(大,中,小)＝(１,１,５),(１,５,１),(５,１,１)

(ｲ) １,２,４ を出方の場合を、辞書式にすべて書き出すと、
**(大,中,小)＝(１,２,４),(１,４,２),(２,１,４),(２,４,１)
(４,１,２),(４,２,１)**

(ｳ) １,３,３ を出方の場合は、辞書式にすべて書き出すと、
(大,中,小)＝(１,３,３),(３,１,３),(３,３,１)

(ｴ) ２,２,３ を出方の場合は、辞書式にすべて書き出すと、
(大,中,小)＝(２,２,３),(２,３,２),(３,２,２)

(ｱ)＋(ｲ)＋(ｳ)＋(ｴ)＝**３＋６＋３＋３＝１５（通り）**

**やみくもに書き出すのでなく、まず、(ｱ),(ｲ),(ｳ) のような代表を考えてから
それらの並び方をあとで考えると数えやすい！重要**

積の法則

『何通りあるか』を書き出さずに求めてみよう。

（復４）大小２個のさいころを投げるとき、

(1) 出た目を 大□ 小□ に書き込むとすると、大□が $\boxed{6}$ 通り，小□も $\boxed{6}$ 通りなので
$\boxed{6}\times\boxed{6}=\boxed{36}$ 通りの目の出方がある。

(2) 大きいさいころの目が ３ 以上，小さいさいころの目が偶数である目の出方は
３ 以上とは、３，４，５，６　偶数は ２，４，６ の目が該当しているから
出た目を 大□ 小□ に書き込むとすると、大□が $\boxed{4}$ 通り，小□は $\boxed{3}$ 通りなので
$\boxed{4}\times\boxed{3}=\boxed{12}$ 通りの目の出方がある。

（復５）大中小３個のさいころを投げるとき、

(1) 目の出方は何通りあるか。
大□ 中□ 小□ に書き込むとすると、大□が $\boxed{6}$ 通り，中□ が $\boxed{6}$ 通り，小□ が $\boxed{6}$ 通り
よって、**６×６×６＝２１６（通り）**

(2) すべての目が奇数である出方は何通りあるか。
大□ 中□ 小□ に書き込むとすると、大□が $\boxed{3}$ 通り，中□ が $\boxed{3}$ 通り，小□ が $\boxed{3}$ 通り
よって、**３×３×３＝２７（通り）**

（準備１）$(a+b)(x+y+z)$ を展開すると、$ax+ay+az+bx+by+bz$
の計６個の項がある。これは、前半□ 後半□ に書き込むとすると、
前半□ には、ａ，ｂ の $\boxed{2}$ 通り、後半□ には、ｘ，ｙ，ｚ の $\boxed{3}$ 通りの書き方
があるので、２×３＝６ 個の項があると考えればよい。

（準備２）$(a+b+c)(x+y+z+u)$ を展開すると、何個の項ができるか。
３×４＝１２個の項

（復６）$(a+b)(c+d)(x+y+z)$ を展開すると、項は何個できるか。
２×２×３＝１２個の項

（解説１）$16=2^4$ の正の約数は、2^0，2^1，2^2，2^3，2^4 の５個である。
ここで、$2^0=1$ と理解しておこう（$2^0=3^0=4^0=\cdots=1$ は数学Ⅱで学習）
**$16=2^4$ の 正 の約数は、$2^{\square}$ の形をしており、
この□には、０,１,２,３,４ の ５個の記入方法があるから
５個の約数があると考えればよい！**

（復７）２４３ について

(1) ２４３ を素因数分解すると、$243=3^{\boxed{5}}$ となる。

(2) ２４３ の 正 の約数は全部で何個あるか。
**正の約数は $3^{\square}$ の形をしており、この□には ０,１,２,３,４,５ の６通り
の記入方法があるから、６個 の約数がある。**

（復８）$72=2^3\cdot3^2$ である。
７２ の 正 の約数は、$2^{\square}\cdot3^{\triangle}$ の形をしている。
この □ には、０,１,２,３ の $\boxed{4}$ 通り，△ には、０,１,２ の $\boxed{3}$ 通り
の記入方法があるので、正 の約数は全部で、**４×３＝１２** 個ある。

（復９）２００ について

(1) ２００ を素因数分解すると、$200=2^3\cdot5^2$

(2) ２００ の 正 の約数は全部で何個あるか。
**２００ の 正 の約数は、$2^{\square}\cdot5^{\triangle}$ の形をしている。
この □ には、０,１,２,３ の ４ 通り，△ には、０,１,２ の ３ 通り
の記入方法があるので、正 の約数は全部で、４×３＝１２（個）**

問１．１４４ の正の約数の個数を求めよ。
**$144=2^4\cdot3^2$ で、正 の約数は、$2^{\square}\cdot3^{\triangle}$ の形をしている。
この □ には、０,１,２,３,４ の ５ 通り，△ には、０,１,２ の ３ 通り
の記入方法があるので、正 の約数は全部で、５×３＝１５（個）**

順列

（準備３）５個の数字 １，２，３，４，５ のうちから異なる ３個を並べて、
３桁の数が何通りできるかを考えてみる。

３桁の数を □□□ として、百の位 ⇒ 十の位 ⇒ 一の位 の順に数字を書き込むこととする。

(1) 百□ 十□ 一□ のまず、百□ に書き込むのが １,２,３,４,５ のどれかの $\boxed{5}$ 通り

(2) 次に 十□ に書き込むのが、(1)で用いた数字を除く $\boxed{4}$ 通り

(3) 最後に 一□ に書き込むのが、(1)(2)で用いた数字を除く $\boxed{3}$ 通り

(1)(2)(3) より **５×４×３＝６０（通り）**

（準備４）７人 A,B,C,D,E,F,G のうちから異なる ３人を選んで 一列に並べる。
何通りの並べ方があるかを考えてみる。

選んだ３人を □□□ として、１番目 ⇒ ２番目 ⇒ ３番目 の順に記号を書き込むこととする。

(1) 1番目□ 2番目□ 3番目□ のまず、1番目□ に書き込むのが Ａ～Ｇ,７人 のどれかの $\boxed{7}$ 通り

(2) 次に 2番目□ に書き込むのが、(1)で書いた １人を除く $\boxed{6}$ 通り

(3) 最後に 3番目□ に書き込むのが、(1)(2)で書いた２人を除く $\boxed{5}$ 通り

(1)(2)(3) より **７×６×５＝２１０（通り）**

問２．次のものの総数を求めよ。

(1) １０ 人の生徒から ３ 人を選んで１列に並べるときの並べ方
１０×９×８＝７２０（通り）

(2) １～６までの数字から異なる４個を選んで作る４桁の数
６×５×４×３＝３６０（通り）

（準備５）(1) ３つの文字 Ａ，Ｂ，Ｃ をすべて並べたものを書き出してみよ。
《辞書式に書き出せ！》
ＡＢＣ，ＡＣＢ，ＢＡＣ，ＢＣＡ，ＣＡＢ，ＣＢＡの６通り

(2) (1) の並べ方は、全部で ６通りである。これは、次のように考えるとよい。

(ｱ) 1番目□ 2番目□ 3番目□ のまず、1番目□ に書き込むのがＡ～Ｃ,３個 のどれかの $\boxed{3}$ 通り

(ｲ) 次に 2番目□ に書き込むのが、(ｱ)で書いた １個を除く $\boxed{2}$ 通り

(ｳ) 最後に 3番目□ に書き込むのが、(ｱ)(ｲ)で書いた ２個を除く $\boxed{1}$ 通り

(ｱ)(ｲ)(ｳ) より、３×２×１＝６（通り）

問３．４人の生徒全員を１列に並べるとき、並べ方の総数を求めよ。
４×３×２×１＝２４（通り）

問４．次の並べ方の総数を求めよ。

(1) Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ の５文字すべてを１列に並べる。
５×４×３×２×１＝１２０（通り）

(2) １～７ までの自然数すべてを１列に並べる。
７×６×５×４×３×２×１＝５０４０（通り）

正の約数についての演習問題

問５．$108=2^2\cdot3^3$ である。

(1) １０８ の 正 の約数は、$2^{\square}\cdot3^{\triangle}$ の形をしている。
この □ には、０,１,２ の $\boxed{3}$ 通り，△ には、０,１,２,３ の $\boxed{4}$ 通り
正 の約数は全部で、**３×４＝１２** 個ある。

(2) １０８ の 正 の約数のうち、偶数であるものの総数を求めたい。
１０８ の偶数の約数は、$2^{\square}\cdot3^{\triangle}$ の形をして、□ は １ か ２ である。
この □ には、１,２ の $\boxed{2}$ 通り，△ には、０,１,２,３ の $\boxed{4}$ 通り
偶数の約数は全部で、**２×４＝８** 個ある。

(3) １０８ の 正の約数のうち、奇数であるものの総数を求めたい。
１０８ の 奇数の約数は、$2^{\square}\cdot3^{\triangle}$ の形をして、□ は ０ である。
この □ には、０ の $\boxed{1}$ 通り，△ には、０,１,２,３ の $\boxed{4}$ 通り
偶数の約数は全部で、**１×４＝４** 個ある。

(4) $(2^0+2^1+2^2)(3^0+3^1+3^2+3^3)$ を展開すると、
$2^03^0+2^03^1+2^03^2+2^03^3+2^13^0+2^13^1+2^13^2+\cdots+2^23^3$
これらの項の総数は、**３×４＝１２** …① である。
これら各項は、すべて １０８ の 正の約数であるので、①の値 ＝(1)の値 である。
$(2^0+2^1+2^2)(3^0+3^1+3^2+3^3)=(1+2+4)(1+3+9+27)=280$
であるから、１０８ の正の約数すべての総和は、$\boxed{280}$ である。

問６．(1) ８００ の 正 の約数の個数を求めよ。
$800=2^5\cdot5^2$ である。∴ ６×３＝１８（個）

(2) ８００ の 正 の約数全体の和を求めよ。
**$(2^0+2^1+2^2+2^3+2^4+2^5)(5^0+5^1+5^2)$
$=2^05^0+2^05^1+2^05^2+2^15^0+2^15^1+2^15^2+\cdots+2^55^2$ …①
これら ① の値＝(１＋２＋４＋８＋１６＋３２)(１＋５＋２５)
＝６３×３１＝１９５３**

問７．$1200=2^4\cdot3\cdot5^2$ である。

(1) 正 の約数は何個あるか。
５×２×３＝３０（個）

(2) １２００ の 正 の約数の全部の和を求めよ。
**$(1+2+2^2+2^3+2^4)(1+3)(1+5+5^2)$
＝３１×４×３１＝３８４４**